

Unterwegs zum numerischen Tokamak

Die modernen Konzepte, ein Plasma magnetisch einzuschließen, sind das Ergebnis eines langen Auswahlprozesses. Am Beginn standen drei grundsätzliche Erkenntnisse, die bereits vor der IPP-Gründung gewonnen wurden – zum Teil von Forschern, die später hier tätig waren und die Entwicklung entscheidend beeinflussten:

- 1: Die einfachste in sich geschlossene magnetische Einschlusskonfiguration mit ausreichenden Stabilitätseigenschaften, der Tokamak, wurde in der Theorie in den 1950er Jahren beschrieben, als die Fusionsforschung noch teilweise der Geheimhaltung unterlag. Daher wurde die Gleichung, die das Gleichgewicht der Kräfte in einer solchen Anordnung beschreibt, unabhängig von Harold Grad in den USA, Vitaly D. Shafranov in der damaligen Sowjetunion sowie von Reimar Lüst und Arnulf Schlüter¹ in Deutschland formuliert.
- 2: Sieht man von turbulenten Fluktuationen im Plasma ab, dann bestimmt ausschließlich die dissipative Energieübertragung über Stöße, wie viele Teilchen aus einer Konfiguration mit geschlossenen magnetischen Flussflächen nach außen verloren gehen. Die ersten ringförmigen Plasmen zeigten jedoch deutlich höhere Verluste als erwartet. Die Erklärung: Die Dissipation nimmt ihre Energie aus dem Ausdehnungsdrang des Plasmas nach außen. In einem magnetisch eingeschlossenen Plasma fließen elektrische Ströme; die Dissipation entsteht durch den elektrischen Widerstand, den diese überwinden müssen. Dieter Pfirsch und Arnulf Schlüter² entdeckten nun,

dass sich die elektrischen Ströme in einer ringförmigen Anordnung – im Unterschied zu einer geradlinigen – nicht auf kürzestem Weg schließen können, sondern einen Umweg entlang der Feldlinien nehmen müssen. Daher erhöht sich der Widerstand, den sie überwinden müssen, damit auch die Dissipation und letztlich die Ausdehnungsgeschwindigkeit des Plasmas: Die Teilchenverluste – und wegen analoger Effekte auch die Energieverluste – in einem ringförmigen Plasma sind um den „Pfirsch-Schlüter“-Faktor, d. h. um etwa eine Größenordnung, höher als in einem (unendlich langen) geradlinigen Plasma.

- 3: Der toroidale Einschluss in seiner symmetrischsten Form – ein reifenförmiges Plasma – fordert zusätzliche Ströme in toroidaler Richtung, um einen magnetischen Käfig mit schraubenförmigen Magnetfeldlinien zu bilden. Diese Ströme werden im einfachsten Fall durch einen Transformator im Plasma induziert und können dann nur zeitlich beschränkt fließen. Einen Ausweg bietet die komplexere Geometrie des Stellarators. In Princeton von Lyman Spitzer erfunden, verbindet sich diese Idee in ihrer heutigen Gestalt mit dem von Friedrich Meyer und Hermann Ulrich Schmidt³ im Münchner Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik gefundenen M&S-Effekt.

Ein magnetisch eingeschlossenes Plasma ist ein extrem komplexes System, zu dessen Verständnis äußerst anspruchsvolle physikalische Modelle und numerische Codes erforderlich sind. Zwar ist es relativ einfach, einen Tokamak zu bauen und darin ein Plasma zu erzeugen. Zunehmend aufwändigere Theorien

Gyrokinetic Vlasov equation

$$\frac{\partial F_\sigma}{\partial t} + \dot{\mathbf{X}} \cdot \nabla F_\sigma + v_{\parallel} \frac{\partial F_\sigma}{\partial v_{\parallel}} + \dot{\mu} \frac{\partial F_\sigma}{\partial \mu} = 0$$

with

$$\dot{\mathbf{X}} = v_{\parallel} \hat{\mathbf{b}}_0 + \frac{B_0}{B_{0\parallel}} (\mathbf{v}_{\xi} + \mathbf{v}_{\nabla B} + \mathbf{v}_c),$$

$$v_{\parallel} = -\frac{\dot{\mathbf{X}}}{m_\sigma v_{\parallel}} \cdot \left(q_\sigma \nabla \bar{\phi}_1 + \frac{q_\sigma}{c} \hat{\mathbf{b}}_0 \dot{A}_{1\parallel} + \mu \nabla B_0 \right),$$

and

$$\dot{\mu} = 0. \quad (1)$$

Gyrokinetic Poisson equation

$$-\nabla^2 \phi_1(\mathbf{x}) = 4\pi \sum_{\sigma} n_{1\sigma} q_{\sigma} \quad (2)$$

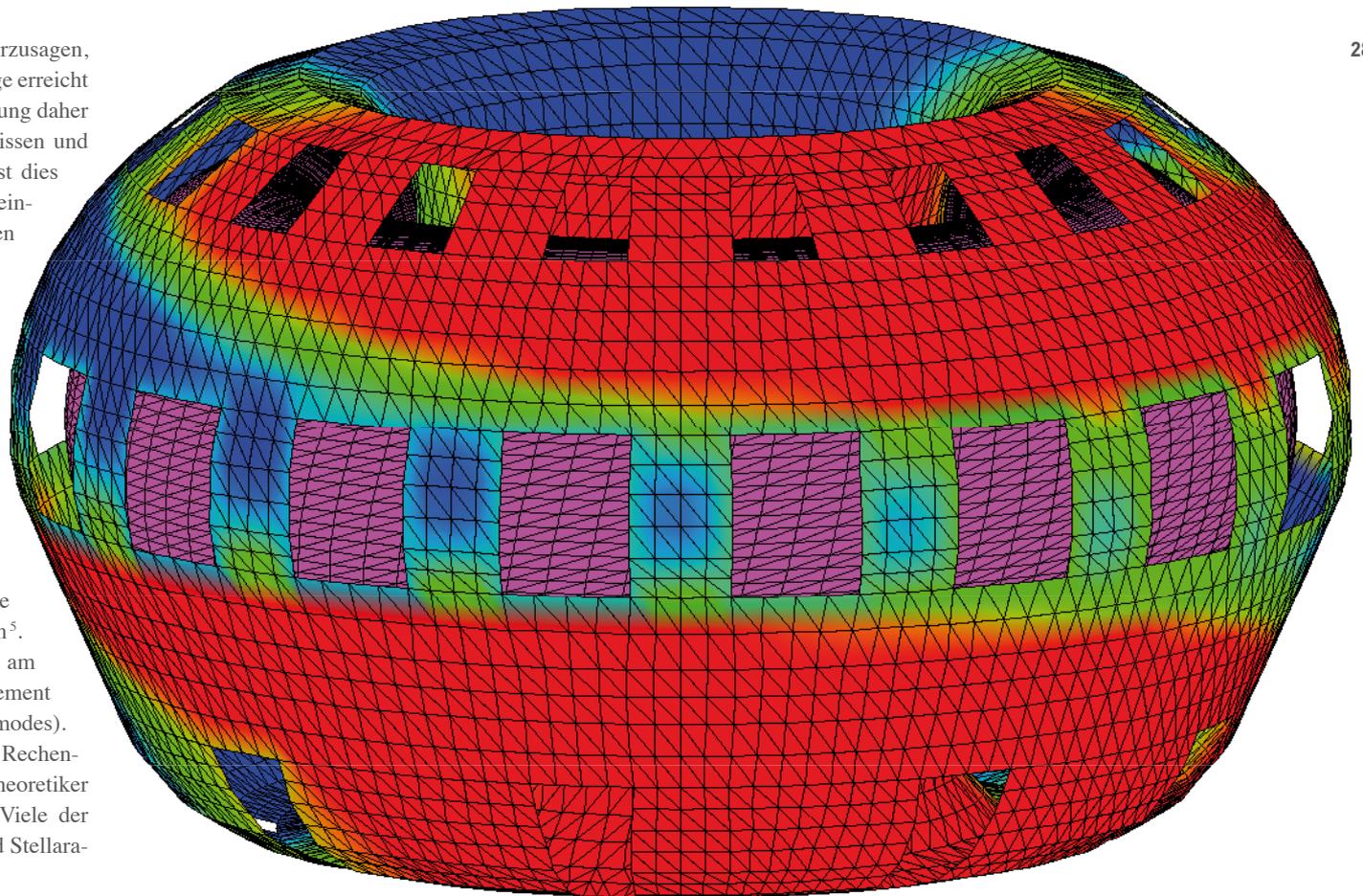
Gyrokinetic Ampère's law (parallel component)

$$-\nabla_{\perp}^2 A_{1\parallel} = \frac{4\pi}{c} j_{1\parallel} \quad (3)$$

Abb. 1: Berechnung der Kink-Instabilitäten für ITER: Zu sehen sind die Ströme, die das sich verformende Plasma (lila eingefärbt) in der von zahlreichen Öffnungen durchbrochenen Gefäßwand hervorruft.

sind dann aber nötig, um ihn zu optimieren oder vorherzusagen, welche Plasmadrücke und -temperaturen in einer Anlage erreicht werden können. Bis heute wird die Tokamak-Entwicklung daher weitgehend von experimentell gewonnenen Erkenntnissen und deren empirischer Extrapolation bestimmt. (Anders ist dies beim Stellarator. Hier setzt bereits die Erzeugung des einfachsten Plasmas komplexe theoretische Überlegungen voraus.)

Die Entwicklung der Tokamak-Theorie verlief daher zweigleisig: Einerseits strebte man ein grundlegendes Verständnis der Vorgänge im Plasma an⁴, andererseits waren die laufenden Experimente und die Planung neuer Anlagen möglichst unmittelbar zu unterstützen. Zu den grundlegenden Theoriearbeiten, die zum Teil erst später ihre Bedeutung für das Experiment zeigten, gehörte der Beweis, dass elektrisch leitende Gefäßwände zwar das Wachstum von instabilen Plasmaverformungen bremsen, sie aber ohne Rotation des Plasmas nie voll unterdrücken können⁵. Analytisch hergeleitet wurde auch, dass starke Ströme am Plasmarand destabilisierend wirken – ein wichtiges Element zur Erklärung der ELM-Fluktuationen⁶ (Edge localised modes). Der mit solchen analytischen Arbeiten verbundene Rechenaufwand wurde jedoch schnell übermäßig: IPP-Theoretiker wurden daher zu Pionieren der Computer-Algebra. Viele der frühen bahnbrechenden Erkenntnisse zu Tokamaks und Stellaratoren fußen auf diesen Entwicklungen.



▲ Abb. 1

Beispiele für wichtige Theorie-Beiträge zum Tokamak-Forschungsprogramm: Ein optimierter Tokamak, vor allem, wenn er einen Divertor haben soll, erfordert schon zur Bestimmung der Plasmaform numerische Rechnungen. Die Familie der IPP-Gleichgewichtscodes, die lange Zeit weltweit führend war, entwickelte sich aus einem Rechenmodell für den geomagnetischen Ringstrom ⁷.

Die Stabilitätsgrenze für den in einer Anlage erzielbaren Plasmapressur – in seinem Verhältnis zur Magnetfeldenergiedichte – hängt stark von der Form des Magnetfeldes und den Profilen der Plasmaparameter ab. Die analytische Bestimmung dieser Grenze war seit den 1970er Jahren ein Hauptthema der Code-Entwicklung. IPP-Wissenschaftler beteiligten sich an einem federführend von der ETH Lausanne betriebenen Code-Projekt ⁸ – eine fruchtbare Zusammenarbeit, die sich über die Jahre auf viele Gebiete, vor allem auch der Stellaratortheorie, ausdehnte.

Um die Heizung eines Plasmas planen und die mit ihr verbundene Wandbelastung abschätzen zu können, muss man den Energie- und Teilchentransport im Plasma verstehen. Die Modelle dazu waren in den 1970er und 1980er Jahren noch weitgehend empirisch, da die berechenbaren stoßerzeugten Verluste im Allgemeinen von – damals noch völlig unverstandenen – turbulenten Fluktuationen überwogen werden. Der wegweisende IPP-Princeton-Transportcode ⁹ war ein gekoppeltes Diffusionsmodell, das einzelne Module für verschiedene physikalische Prozesse flexibel verbinden konnte.

Unmittelbare Mitarbeit von Theoretikern ist wichtig für die Planung neuer Anlagen. Dies begann bei ASDEX, wurde aber zentral bei der Projektstudie für das letztlich verworfene Zündexperiment ZEPHYR Ende der 1970er Jahre. Die physikalische Auslegung von ASDEX Upgrade schließlich wurde federführend von der Theorie bestimmt. Sie war vor allem für die physikalischen Aspekte der Plasmaform, des Divertors und für die Abschätzung der zu erwartenden Plasmaparameter zuständig – häufig Neuland für die Code-Entwicklung. Eine Theorie für den Wandkontakt eines Plasmas gab es zwar schon lange, doch ohne Berücksichtigung des Magnetfeldes. Der neu entwickelte Code ¹⁰ brachte nicht nur bessere Ergebnisse, sondern wurde später auch ein Pionierinstrument für die Nutzung der neuartigen Multiprozessor-Rechensysteme. Die Beschreibung der gesamten Randzone des Plasmas ist bis heute stark empirisch geprägt, doch von hoher praktischer Bedeutung. Das heute dazu am meisten genutzte Code-Paket SOLPS wurzelt in einem Projekt, das zum großen Teil im IPP entwickelt wurde ¹¹.

Ein Plasma kann auf sehr unterschiedliche Arten aufgeheizt werden. Die physikalisch komplexeste, aus technischen Gründen dennoch attraktive Methode ist es, elektromagnetische Wellen im Frequenzbereich der Ionen-Zyklotron-Resonanz – typisch unter 100 Megahertz – in das Plasma einzustrahlen. Um die Wellenausbreitung zu beschreiben, ist die globale Lösung der Schwingungsfelder über das gesamte Plasmavolumen erforderlich, obwohl wichtige Effekte wie Absorption oder Umwandlung zwischen verschiedenen Wellentypen auf sehr viel kleineren

```
!>Computes the electromagnetic fields from the modified distribution function
Subroutine field_solve_kkxy(p_g_1,p_emfields)
! Arguments
!>modified distribution function of type g 1
Complex, Dimension(l11:l12,lj1:lj2,lk1:lk2,l11:l12,lm1:lm2,ln1:ln2), Intent(IN) :: p_g_1
!>array of the electromagnetic fields
complex, dimension(l11:l12,lj1:lj2,lbz:ubz,1:n_fields), intent(out) :: p_emfields

Call perfon ('FldSolvesf')

call calc_charge_curr_dens(p_g_1,moments)

IF (n_fields .GT. 2) THEN
! solve coupled Phi-Bpar system (Apar remains decoupled)
p_emfields(l11:l12,,:,lk1:lk2,1) = moments(:,1,1) * C3_C1C3C22 - moments(:,1,3) * C2_C1C3C22
p_emfields(l11:l12,,:,lk1:lk2,3) = moments(:,1,3) * C1_C1C3C22 - moments(:,1,1) * C2_C1C3C22
ELSE
! only independent field equations to solve
p_emfields(l11:l12,,:,lk1:lk2,1) = moments(:,1,1) * a22det_inv
END IF

if (n_fields.gt.1) p_emfields(l11:l12,,:,lk1:lk2,2) = moments(:,1,2) * a11det_inv

If (delzonal) Then
Call del_zonal_phi(p_emfields(:,1,1))
End If

Call perffoff

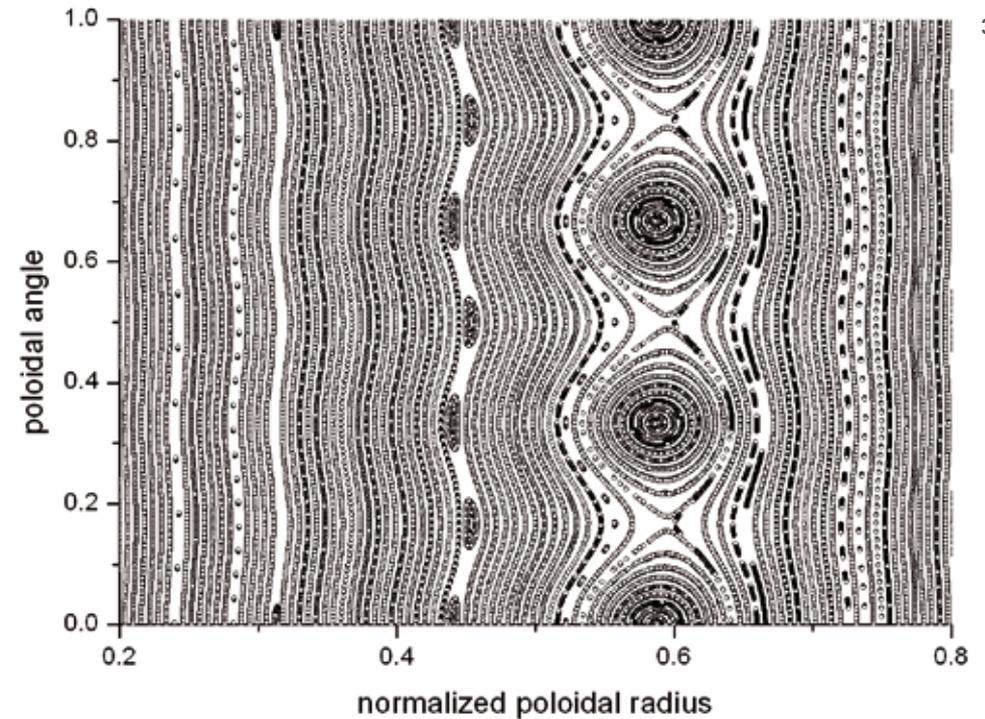
End Subroutine field_solve_kkxy
```

▲ Abb. 2

Skalen ablaufen. Weltweit wird dazu seit zwei Jahrzehnten vor allem das aus dem IPP stammende Code-System TORIC verwendet¹², das heute unter IPP-Federführung weiterentwickelt wird.

In den 1990er Jahren begann eine Entwicklung, die verspricht, die bisherige Aufspaltung in grundlagenorientierte und angewandte Theorie zu überwinden. Sie war ja entstanden, weil die zentrale Frage bei der Planung von Experimenten – der zu erwartende Energie- und Teilchenverlust – nur empirisch zu beantworten war. Transport von Teilchen und Energie in einem Fusionsplasma sind in der Regel durch turbulente Prozesse bestimmt. Denn der extrem steile Abfall der Plasmatemperatur – auf nur etwa einem Meter mehr als 100 Millionen Grad – treibt Instabilitäten, die letztlich zu Turbulenz mit charakteristischen Wirbelgrößen im Zentimeter-Bereich führen. Die Erklärung turbulenter Vorgänge ist eine der größten Herausforderungen für die theoretische Physik. Anders als in Gasen oder Flüssigkeiten gibt es in magnetisierten Plasmen zwar eine kleinste aufzulösende Skala, den Gyrationradius der Teilchen um ihre Magnetfeldlinie. Dennoch sind unterschiedliche räumliche Skalen von wenigen Millimetern bis hin zu den Abmessungen eines Fusionskraftwerks sowie Zeitskalen von einigen Mikrosekunden bis zu mehreren Sekunden aufzulösen. Dies ist selbst mit heutigen Hochleistungsrechnern noch nicht möglich.

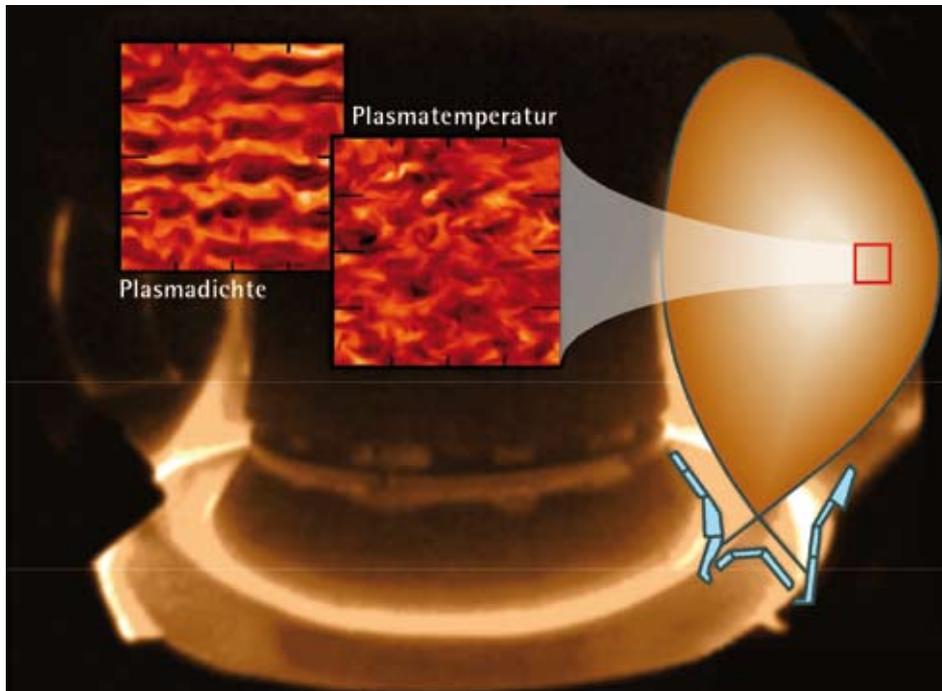
Im IPP wurden Untersuchungen zur Turbulenz bereits vor mehr als zwanzig Jahren begonnen, zunächst allerdings mit sehr einfachen Physikmodellen, die die experimentellen Beobachtungen



▲ Abb. 3

Abb. 2: Ausschnitt aus dem Plasmaturbulenz-Code GENE.

Abb. 3: Rechnerische Modellierung von Plasmainstabilitäten: „magnetische Inseln“, die den Einschluss des Plasmas verschlechtern.



▲ Abb. 4

auch nicht annähernd erklären konnten. Daher liegt selbst der Planung von ITER noch wesentlich die statistische Auswertung der experimentellen Datenbasis zugrunde, an der IPP-Daten und -Statistik-Expertise einen wesentlichen Anteil hat.

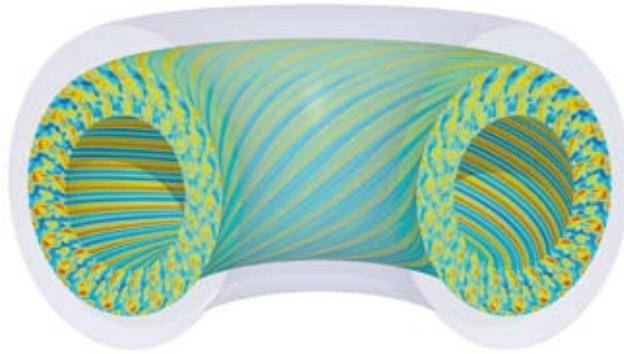
Für den Entwurf eines Demonstrationskraftwerks ist ein solcher Ansatz jedoch nicht mehr möglich. Für die hier nötige genaue Vorhersage braucht man realistische Plasmamodelle, die auf grundlegenden Prinzipien beruhen und die Turbulenz direkt numerisch simulieren. Solche Modelle wurden in den vergangenen zehn Jahren entwickelt^{13, 14}. Mit dem dramatisch gestiegenen Potential der Hochleistungsrechner und der Erarbeitung effizienter numerischer Methoden ist die Vorhersagekraft der Turbulenzcodes deutlich gestiegen. So kann man heute den Transport von Wärme und Teilchen im Plasmazentrum bereits sehr gut beschreiben. Sind zum Beispiel die Heizleistung sowie die Temperatur am Plasmarand bekannt, lässt sich die zu erwartende Temperatur im Plasmazentrum errechnen. Noch nicht gut verstanden ist allerdings, was genau zur Ausbildung von Transportbarrieren im Plasma führt.

Im IPP wurden weltweit führende Turbulenzcodes entwickelt – GEM¹⁵ für die Turbulenz am Plasmarand und GENE für das Plasmazentrum (Abb. 2, 4 und 5). Dabei wurde die Entwicklung der hochkomplexen numerischen Code-Pakete immer mehr zur Team-Arbeit, wobei sich auch institutsübergreifende Entwicklergruppen bilden. Intensiv arbeiten IPP-Wissenschaftler vor allem mit dem CRPP in Lausanne zusammen. Neben einer gemeinsamen Weiterentwicklung des GENE-Codes wurde im IPP der aus Lausanne stammende ORB-Code¹⁶ deutlich verbessert. Damit stehen nun für die Beschreibung der Turbulenz im Plasmazentrum zwei Programmpakete mit den besten Physikmodellen, aber verschiedenen numerischen Methoden zur Verfügung.

Abb. 4: Computersimulation mit dem IPP-Turbulenzcode GENE: Turbulente Fluktuationen in ASDEX Upgrade. Sie führen zu einem erhöhten Transport von Teilchen und Energie aus dem Plasma hinaus.

Abb. 5: Plasmaturbulenzen, berechnet mit dem IPP-Code GENE.

Abb. 6: Großskalige Plasmastörungen – hier eine toroidale Alfvén-Eigenmode – können schnelle Teilchen auf die Gefäßwand von ASDEX Upgrade auswerfen (links). Die numerische Simulation stimmt mit den Messwerten – Gyroradius und Einfallswinkel der verlorenen Teilchen (rechts) – gut überein.



▲ Abb. 5

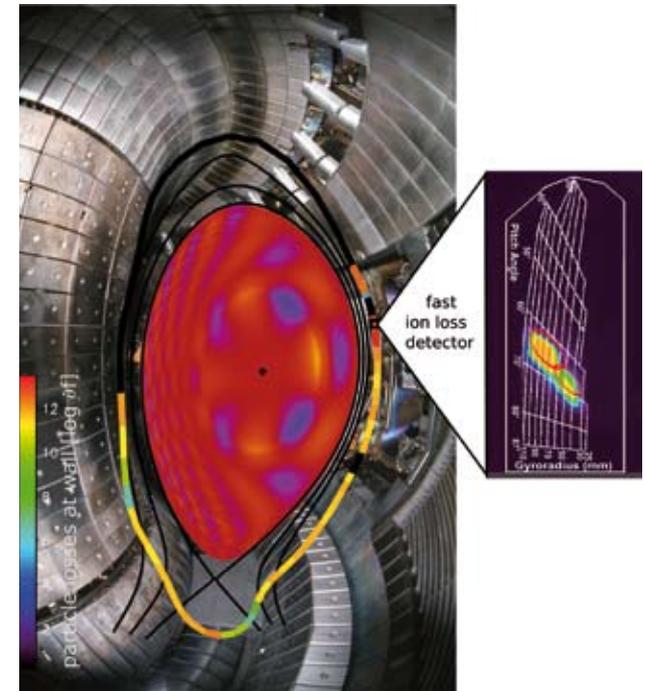
Um die Wärmeisolierung in einem Fusionskraftwerk verlässlich vorherzusagen, muss es jedoch auch gelingen, die Bildung von Transportbarrieren – insbesondere die am Plasmarand – zu verstehen und zu simulieren. Außerdem wird erst die nächste Generation von Hochleistungsrechnern in der Lage sein, den turbulenten Transport über das gesamte Plasmavolumen und für ausreichend lange Zeit genau genug nachzuvollziehen. Um dies nicht nur in einer Demonstration, sondern routinemäßig tun zu können, wird man wohl auf die in etwa zehn Jahren zur Verfügung stehenden Rechner warten müssen.

Im Testreaktor ITER wird erstmals die thermonukleare Selbstheizung des Plasmas deutlich sichtbar werden. In bisherigen Anlagen blieb der Einfluss der Fusionsheizung auf die Energiebilanz des Plasmas relativ gering – selbst bei JET, der immerhin schon 17 Megawatt Fusionsleistung erzeugte. Bei ITER dagegen wird die Plasmaheizung erstmals von den fusionserzeugten Helium-Ionen dominiert werden. Es ist zu erwarten, dass die energiereichen Teilchen Instabilitäten in Form einer umlaufenden Wellenbewegung des Magnetfeldes anregen. Die schnellen Ionen, die sich mit fast gleicher Geschwindigkeit wie die Welle bewegen, können einen Teil ihrer Energie an die Welle abgeben. Dabei werden die Teilchen radial nach außen transportiert und können sogar auf die Gefäßwände treffen, was erhebliche Wärmebelastung zur Folge hätte.

In heutigen Anlagen spielt dieser Effekt noch keine große Rolle. Trotzdem kann er hier studiert werden – an Hand von schnell-

len Plasmateilchen, die durch Wellenheizung künstlich erzeugt werden. An ASDEX Upgrade werden solche Instabilitäten und die damit verbundenen Verluste schneller Teilchen mit verschiedenen Diagnostiken beobachtet. Inzwischen ist es gelungen, den Antrieb und die Dämpfung dieser Instabilitäten zu verstehen und entsprechende Programmpakete zu entwickeln, zum Beispiel den weltweit führenden IPP-Code LIGK¹⁷. Der in Culham entwickelte¹⁸ und am IPP deutlich verbesserte HAGIS-Code¹⁹ kann den Auswurf der schnellen Teilchen berechnen. Die entsprechenden Messungen an ASDEX Upgrade können inzwischen erklärt werden²⁰: Die errechneten Werte stimmen mit den gemessenen bestens überein (Abb. 6). Um das gleiche für ein Kraftwerksplasma zu erreichen, muss das verwendete Physikmodell allerdings weiter verbessert werden.

Ziel ist insgesamt ein Code-Paket, dessen physikalische Modelle auf grundlegenden Prinzipien aufbauen und das die Planung eines Kraftwerks möglich macht – quasi ein „numerischer Tokamak“. Bereits zur Planung von ITER-Entladungen werden solche Programmpakete benutzt werden. Für ihre Entwicklung sind neben guten Physikmodellen ebenso effiziente Numerik und schnelle Hochleistungsrechner Voraussetzung. Daher hat das IPP eine europaweite Hochleistungsrechner-Initiative gestartet: Inzwischen steht dem Europäischen Fusionsprogramm im Forschungszentrum Jülich ein schneller Hochleistungsrechner zur Verfügung sowie die numerische Expertise einer Spezialisten-gruppe, deren Kern mit fünf Mitarbeitern im IPP in Garching arbeitet.



▲ Abb. 6